



Τόμος Πρακτικῶν Φιλοσοφικοῦ Forum «Ανάδρασις»
ISBN: 978-618-82935-0-2



ΔΙΕΘΝΗΣ ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΗ ΕΤΑΙΡΙΑ
ΑΡΧΑΙΑΣ ΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ

**ΠΕΡΙ ΤΟΥ ΝΟΗΤΟΥ ΚΑΙ ΟΡΑΤΟΥ ΚΟΣΜΟΥ
ΚΑΤΑ ΠΛΑΤΩΝΑ: ΑΝΑΛΟΓΙΕΣ ΚΑΙ ΣΥΜΜΕΤΡΙΕΣ**

Γεώργιος Χ. Κουμάκης,
Επίκουρος καθηγητής Φιλοσοφίας του Πανεπιστημίου Ιωαννίνων

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Σκοπὸς τῆς παρούσας εἰσήγησης εἶναι νὰ διερευνηθεῖ γλωσσικὰ καὶ φιλοσοφικὰ τὸ βαθύτερο νόημα τῶν λόγων τοῦ Πλάτωνα στὸ ἐπίμαχο χωρίο 509d-510a τῆς Πολιτείας του. Οὐσιαστικὰ ἡ ἐπιχειρούμενη ἐρμηνεία δὲν εἶναι νέα, ἀλλὰ τόσο παλιὰ ὅσο καὶ τὸ κείμενο, ἀφοῦ μὲ τὸ θέμα ἀσχολήθηκε ὁ μαθηματικὸς Ἀρχύτας, φίλος τοῦ Πλάτωνα, ἡ ἐρμηνεία τοῦ ὁποῖου γίνεται ἀποδεκτὴ. Τὴν ἴδια γνώμη υἱοθετοῦν ἀργότερα οἱ: Ἰάμβλιχος, Astius, Stallbaum, Duemmler καὶ Richter. Σύμφωνα μὲ τὴν ἐξήγηση αὐτή, ἡ ὀρθὴ γραφὴ εἶναι ὄχι ἄνισα τμήματα, ὅπως ἔχει ἐπικρατήσῃ σήμερα, ἀλλὰ ἀνὰ ἴσα (ἂν ἢ ἀν' ἴσα). Ἡ ὅλη γραμμὴ τέμνεται κατ' ἀρχὴν δύο φορές στὸ ἴδιο σημεῖο, ὅποτε προκύπτουν δύο, καὶ γιὰ τὴν ἀκρίβεια, 4 ἴσα κατὰ λόγον τμήματα, πρᾶγμα ποὺ σημαίνει ὅτι εἶναι μεταξύ τους ἀνάλογα. Ἡ γραμμὴ διαιρεῖται ἀπὸ ἔποψη ἀφενὸς μὲν ὄντολογικῆ, ὅποτε ἔχουμε τὴν οὐσία καὶ τὴ γένεση, ἀφετέρου δὲ ἐπιστημολογικῆ, ὅποτε ἔχουμε τὴ νόηση καὶ τὴ δόξα. Τὰ τμήματα αὐτὰ εἶναι μεταξύ τους ἴσα κατὰ λόγον, δηλαδὴ ἀνάλογα, ἐνῶ τὰ ἴδια ἐνδέχεται νὰ εἶναι ἄνισα κατ' ἀριθμὸν. Ἀπὸ τὴν πρώτη αὐτὴ τομὴ προέρχεται ἡ ἀναλογία: οὐσία: γένεσις=νόησις: δόξα. Τὸ σύμπλεγμα λέξεων:

«ἀνά τὸν αὐτὸν λόγον» σημαίνει ἀπλῶς ὅτι ὁ λόγος τῶν δύο ἐπὶ μέρους αὐτῶν τομῶν εἶναι ὁ ἴδιος, χωρὶς νὰ γίνεται κανένας ὑπαινιγμὸς γιὰ τὸν λόγο τῆς ἀρχικῆς τομῆς. Εἶναι τεχνικὸς ὅρος ποὺ ὑποδήλωνε τὴν ἐποχὴ ἐκείνη τὴν ἀναλογία. Τὰ μεγέθη δηλαδὴ ἢ τὰ ποσά, ποὺ ἔχουν μεταξὺ τους τὸν ἴδιο λόγο, εἶναι ἀνάλογα.

Γιὰ νὰ εἶναι τὰ 4 ἀνάλογα τμήματα, ἐπιστήμη, διάνοια, πίστις καὶ εἰκασία, διαδοχικὰ τὸ ἓνα μεγαλύτερο ἢ μικρότερο ἀπὸ τὸ ἀμέσως ἐπόμενό του, ὅπως λ.χ. $\alpha > \beta > \gamma > \delta$, πρέπει ὁ λόγος τῆς πρώτης τομῆς νὰ εἶναι μεγαλύτερος ἀπὸ ἐκεῖνον τῆς δεύτερης καὶ τρίτης. Αὐτὸ εἶναι ἴσως ἀντανάκλαση τῆς σκέψης, ὅτι ἡ ἀξιολογικὴ διαφορὰ ἀνάμεσα στὴ νόηση καὶ τὴ δόξα εἶναι μεγαλύτερη ἀπὸ ἐκείνη τῆς ἐπιστήμης ἀπὸ τὴ διάνοια καὶ τῆς πίστεως ἀπὸ τὴν εἰκασία. Στὸ ἐδάφιο 510 a 8-10 «Ἦ καὶ... ὁμοιώθη» τεκμηριώνεται ἡ ἄποψη ἐκείνων, οἱ ὅποιοι ὑποστηρίζουν, ὅτι οἱ εἰκόνες καὶ τὸ παράδειγμα ἀναφέρονται στὸν ὄρατὸ καὶ νοητὸ κόσμον ἀντίστοιχα, καὶ ὄχι στὰ φυτὰ, στὰ ζῶα καὶ γενικότερα στὰ ὑλικά σώματα καὶ στὶς εἰκόνες τους, διότι τότε θὰ ὑπῆρχε ἀντίθεση τόσο πρὸς τὴν προηγηθεῖσα τομὴ ὅσο καὶ πρὸς τὸ χωρίο 534 a.

Τὸ ἄνω μέρος τῆς γραμμῆς μπορεῖ νὰ εἶναι τόσο τὸ μικρότερο ὅσο καὶ τὸ μεγαλύτερο τμήμα της, ἀνάλογα μὲ τὸ ἂν τῆς ἀποδίδομε θετικὴ ἢ ἀρνητικὴ σημασία. Στὴν περίπτωση δηλαδὴ, ποὺ ὅλη ἡ γραμμὴ συμβολίζει τὴ σαφήνεια καὶ τὴν ἀλήθεια, τότε τὸ ἄνω μέρος πρέπει νὰ εἶναι τὸ μακρύτερο, διότι αὐτὸ ἔχει μεγαλύτερη ἀξία, ἐνῶ, ἐὰν παριστᾷ τὴν ἀσάφεια καὶ τὴ μὴ ἀλήθεια, θὰ εἶναι τὸ μικρότερο, διότι τὸ λιγότερο κακὸ εἶναι καλό. Καμία διαίρεση δὲν μπορεῖ νὰ γίνῃ μὲ τὸν ἄκρον καὶ μέσον λόγον, δηλαδὴ τὴ γεωμετρικὴ ἀναλογία ἢ τὴ χρυσὴ τομὴ, ἐπειδὴ τότε τὰ διαιρούμενα τμήματα θὰ εἶναι ἀσύμμετρα καὶ ἄλογα μεταξύ τους. Ἡ ἀναλογία τῶν τμημάτων, ποὺ ἀναφέρει ὁ Πλάτων: νόησις : δόξα = ἐπιστήμη : πίστις = διάνοια : εἰκασία, παρόλο ποὺ προκύπτουν ἀπὸ

διαφορετικούς λόγους, δικαιολογείται πλήρως με βάση όρισμένες ιδιότητες των αναλογιών, επειδή ανά δύο μικρότερα τμήματα εμπεριέχονται στα αντίστοιχα μεγαλύτερά τους. Η διαίρεση αυτή μπορεί ίσως να παρασταθεί με μουσικούς φθόγγους. Θεωρώ επίσης πιθανόν ο λόγος της πρώτης τομής να είναι το 3 και ο δεύτερος το 2, όποτε έχουμε διαίρεση του τριπλασίου και διπλασίου διαστήματος, όπως συμβαίνει με τη διαίρεση της ψυχής στον *Τίμαιο*.

Αναζήτηση της διαλεκτικής στη διηρημένη γραμμή

(ΠΛΑΤ., *Πολιτ.*, VI 509 d-510 a)

Η εισήγηση αυτή αποσκοπεί στο να δώσει μια έρμηνεία στο πολυσυζητημένο χωρίο 509 d-510 a της *Πολιτείας* του Πλάτωνα, ή οποία να είναι σύμφωνη με τα συμφραζόμενα και τη συνολική φιλοσοφία του. Κύριος στόχος είναι να ανασκευαστούν λανθασμένες έρμηνείες, οι οποίες διαστρεβλώνουν το άληθινό νόημα των λόγων του, αφού οδηγούν σε αδιέξοδα και παρανοήσεις. Με την έργασία αυτή αναζητούνται οι μαθηματικοί λόγοι, με τους οποίους τέμνεται δύο φορές ή γραμμή, διότι, μόνον αν έντοπισθοῦν οι λόγοι, μπορούμε να μιλάμε για διαλεκτική, ή οποία πραγματοποιείται κυρίως, όχι με την *κατά μέρος* και *τυχαία*, αλλά την *κατ' είδος* διαίρεση με συγκεκριμένους λόγους (*Πολιτ.*, 534 a 5-8),

Ευχαριστώ θερμά τον Καθηγητή και Ακαδημαϊκό κ. Εύαγγελο Μουτσόπουλο για τις χρήσιμες ύφολογικές παρατηρήσεις και κυρίως τις οδηγίες του για τη μουσική σύνθεση της γραμμής, τον εκδότη των αρχαίων Έλλήνων μαθηματικών και πολυβραβευμένο μαθηματικό κ. Εύαγγελο Σπανδάγο για την ένθάρρυνσή του, τον Δρα κ. Αθανάσιο Στεφανή, κλασικό φιλόλογο και έρευνητή στο Κέντρο Έρευνας της Ακαδημίας Αθηνών για τις συζητήσεις που είχαμε στο θέμα αυτό και τον Δρα κ. Κωνσταντίνο Γ. Κωστάκη και τη σύζυγό του Δρα Γεωργία Ανανιάδη, Καθηγητές Μαθηματικών Α.Ε.Ι. για τις μαθηματικές αποδείξεις, που περιέχονται στο κείμενο και, τέλος, τον μουσικολόγο Δρα Χαράλαμπο Σπυρίδη, Καθηγητή Μουσικών Σπουδών του Πανεπιστημίου Αθηνών για την πληροφορία που μου έδωσε ότι το σχήμα που θεωρώ ως το πιθανότερο να άπηχε τις άπόψεις του Πλάτωνα (σχ. 2 και 7), μπορεί να παρασταθεί με μουσικούς φθόγγους στη βάση της Πυθαγόρειας θεωρίας περί Μουσικής. Ευχαριστώ, τέλος, θερμά τη φιλόλογο κ. Παναγιώτα Γ. Σιούλα για την πολύτιμη βοήθειά της στην παρούσα μελέτη.

δηλαδή τὴ φυσικὴ τομὴ τῆς γραμμῆς, ὅπως αὐτὴ πραγματοποιεῖται στὸν *Σοφιστή*, στὸν *Πολιτικὸ* καὶ στὸν *Φαῖδρο*. Ἡ ὑπόθεση, ὡς συστατικὸ τῆς διαλεκτικῆς, ἐνυπάρχει στὴ μετοχὴ «*λαβών*», ἡ ὁποία εἶναι χρονικοῦποθετικὴ, καὶ σημαίνει: ἂν ἢ ὅταν λάβεις. Ἀντικείμενο τοῦ «*λαβών*» εἶναι «*διττὰ εἶδη... ὥσπερ γραμμὴν*» (καὶ ὄχι «*τὰ τμήματα*»). Τελικὰ ὅμως δὲν κατέστη δυνατόν νὰ ἀνευρεθοῦν οἱ λόγοι τῆς τομῆς τῆς γραμμῆς, ἐπομένως οὔτε ἡ διαλεκτικὴ. Ὡστόσο, ἀπὸ ὅλην αὐτὴν τὴν προσπάθεια ἐλπίζω νὰ παραμεριστοῦν βασικὲς παρερμηνεῖες, οἱ ὁποῖες ἐπὶ αἰῶνες κρατοῦν τὴν πύλη τοῦ ὑπέροχου αὐτοῦ πνευματικοῦ οἰκοδομήματος τοῦ Πλάτωνα ἐρμητικὰ κλειστή. Ἡ ὠφέλεια ἀπὸ τὴν ἀποτυχημένη αὐτὴ προσπάθεια εἶναι ὅτι γινόμαστε *διαλεκτικώτεροι* (*Πολιτικ.*, 285 d). Πρέπει βέβαια ἀπὸ τὴν ἀρχὴ νὰ λεχθεῖ ὅτι μέρη τῆς ἐρμηνείας, ποὺ προσπαθῶ νὰ τεκμηριώσω ὡς τὴν μόνη ὀρθή, ἔχουν ἤδη ὑποστηριχθεῖ κατὰ καιροὺς ἀπὸ διαπρεπεῖς κλασικοὺς φιλόλογους καὶ φιλόσοφους, χωρὶς ὡστόσο, δυστυχῶς, νὰ ἔχουν εἰσακουστεῖ. Ἔτσι ἐπικράτησαν ἐξηγήσεις ἄσχετες πρὸς τὸ πραγματικὸ νόημα τῶν λόγων τοῦ Πλάτωνα, ἀφοῦ αὐτὸ ἀλλοιώνεται ριζικά. Τὰ βασικὰ σημεῖα τῆς ἐπιχειρούμενης ἐρμηνείας εἶναι τὰ ἑξῆς.

1. Ἡ ὀρθὴ γραφὴ στὴ φράση: «ὥσπερ τοίνυν γραμμὴν δίχα τετμημένην λαβὼν ἄνισα τμήματα» εἶναι *ἀνὰ ἴσα* καὶ ὄχι *ἄνισα*. Τὴ γραφὴ σὲ *ἴσα* ἢ *ἀνὰ ἴσα* παραδίδει ὁ κώδικας F καὶ υἰοθετοῦν μεταξὺ ἄλλων οἱ Astius, Stallbaum, Richter, Duemmler, ὁ Ἰάμβλιχος καὶ ὁ φίλος τοῦ Πλάτωνα μαθηματικὸς Ἀρχύτας. Ἡ γραφὴ σὲ *ἄνισα* προσκρούει σὲ ἀνυπέρβλητες δυσκολίες ἀπὸ γλωσσικὴ καὶ μαθηματικὴ ἄποψη. Αὐτὲς εἶναι «ὅτι τὸ ἐπίρρημα *δίχα* γενικότερα, ἀλλὰ κυρίως ὅταν χρησιμοποιεῖται μὲ μαθηματικὴ ἔννοια ὅπως ἐδῶ, συνεπάγεται πάντοτε διαίρεση σὲ δύο ἴσα μέρη (πβ. Ἀριστ., *Τοπ.* Z 4, 142 b 11-19) εἴτε *κατὰ λόγον* εἴτε *κατ' ἀριθμόν*. Θὰ ἔπρεπε ἐπίσης νὰ ὑπάρχει ἡ πρόθεση *εἰς* (Ἀριστ. *Ἠθ. Νικ.* E

4, 1132 a 25-26). Από μαθηματική άποψη αναφέρονται επίσης σοβαρές δυσκολίες, διότι, αν τὰ τμήματα είναι άνισα μεταξύ τους, τότε δέν είναι κατ' ανάγκη σύμμετρα (*Παρμ.* 140 b-c), στην περίπτωση αυτή θα είναι *άλογα*, δέν θα υπάρχει δηλαδή λόγος (με άκέραιους αριθμούς). Η λέξη *ίσα* έδω σημαίνει *ίσα κατά λόγον*, δηλαδή ανάλογα, τὰ όποια όμως είναι *άνισα κατ' αριθμόν*, δηλαδή αριθμητικά άνισα. Η διττή αυτή σημασία της λέξης *ίσα* άπαντὰ π.χ. στους *Νόμους* (744 c, 757 c) *ώς ίσαίτατα τῶ άνίσω συμμέτρῳ* και στον *Γοργίαν* (508a). Η πρόθεση *άνά* είναι αναγκαία, διότι ή γραμμή τέμνεται δύο φορές σε δύο ίσα μέρη (*δῖς δίχα*), μιὰ φορά υπό έποψη γνωσιολογική και μία όντολογική. Μόνον με την προϋπόθεση αυτήν ό Πλάτων κατόρθωσε νά σχηματίσει την αναλογία (534 a): ουσία: γένεσις: νόησις: δόξα. *Ανά ίσα* σημαίνει ότι τὰ τέσσερα τμήματα της πρώτης τομής είναι ανάλογα μεταξύ τους. Τό ζητούμενο είναι ή άνεύρεση της άξιολογικής σχέσης (λόγου) μεταξύ τους.

2. Η φράση: «*πάλιν τέμνε έκάτερον τὸ τμήμα ανά τὸν αὐτὸν λόγον*» δέν συνεπάγεται ότι ή τομή καθενός από τὰ δύο τμήματα της γραμμής θα γίνει με τὸν ίδιο λόγο πὸν έγινε και ή προηγούμενη τομή, όπως έσφαλμένα πιστεύεται μέχρι σήμερα από όλους, αν έξαιρέσουμε τὸς άρχαίους σχολιαστές, όπως τὸν Άσκληπιό (*Arist., In Met CAG VI*, 142 Kroll), τὸν Άρχύτα και τὸν Ίάμβλιχο (*De comm. math. Scientia*, Festa, 36, 38). Άν αὐτὸ ήταν τὸ νόημα τῶν λόγων τοῦ Πλάτωνα, έπρεπε νά αναγιγνώσκειται: *κατὰ τὸν αὐτὸν λόγον* ή καλύτερα *κατὰ τὴν αὐτὴν αναλογίαν*. Η φράση: «*ανά τὸν αὐτὸν λόγον*» υποδηλώνει άπλῶς ότι ή τομή τῶν δύο τμημάτων, πὸν προέκυψαν από τὴν πρώτη διαίρεση, θα γίνει με τὸν ίδιο λόγο, όποτε θα υπάρχει αναλογία στα τέσσερα αὐτὰ τμήματα, όπως ακριβῶς και με τὴν πρώτη τομή (*ανά ίσα*). Έδω συντελείται επανάληψη της ίδιας πράξης. Τό σύμπλεγμα λέξεων «*ό αὐτὸς λόγος*» – όπως μαρτυροῦν ό Γοργίας (*Ελένης έγκώμιον* 14), ό Αριστοτέλης (*Τοπ.* Θ 158 b 33-35, *Ηθ. Νικ.* E 3 1181b 4-

5), ὁ Πλάτων (*Τίμ.* 32 b 5, *Φαίδ.* 110 d 5-6) καὶ ὁ Εὐκλείδης (*Στοιχείων* Ε, ὅροι Στ') – εἶναι τεχνικὸς ὅρος, προκειμένου νὰ δηλωθεῖ ἀναλογία. Ἐπομένως, γιὰ τὴ σχέση τῶν δύο λόγων, δηλαδή μεταξὺ ἐκείνου τῆς πρώτης τομῆς καὶ τῶν δύο ἐπόμενων, δὲν γίνεται καμία ἀναφορά.

Ἡ διαφοροποίηση τοῦ νοήματος τῶν δύο ἐρμηνειῶν ἔγκειται στὴ χρῆση τῶν προθέσεων *ἀνὰ* καὶ *κατὰ*. Ὅπως ἔχει μέχρι σήμερα ἐρμηνευθεῖ τὸ χωρίο, προϋποτίθεται ὅτι ὁ Πλάτων εἶχε γράψει: *πάλιν τέμνε ἐκάτερον τὸ τμήμα κατὰ τὸν αὐτὸν λόγον*. Τὸ νόημα σύμφωνα μὲ τὴ γραφὴ αὐτὴ εἶναι ὅτι ὁ λόγος τῆς τομῆς καθενὸς ἀπὸ τὰ διηρημένα τμήματα εἶναι ὁ ἴδιος μὲ τὸν λόγον τῆς πρώτης τομῆς ὁλόκληρης τῆς γραμμῆς. Γιὰ τὸ ἂν ὅμως ὁ λόγος τῆς δεύτερης τομῆς εἶναι ὁ αὐτὸς μὲ ἐκεῖνον τῆς τρίτης τῶν δύο διηρημένων τμημάτων δὲν ἀναφέρεται ρητὰ τίποτε. Τὸ ὅτι οἱ λόγοι αὐτοὶ εἶναι οἱ ἴδιοι, δὲν εἶναι αὐτονόητο ἀλλὰ προκύπτει ἀπὸ τὸ παρακάτω θεώρημα τοῦ Εὐκλείδη (*Στοιχείων* V, 11): «Οἱ λόγοι, οἱ ὅποιοι εἶναι οἱ αὐτοὶ πρὸς τὸν αὐτὸν λόγον, εἶναι καὶ μεταξὺ τους οἱ αὐτοὶ» (μετ. Εὐαγ. Σταμάτη). Ἀντίθετα, ἡ φράση «*ἀνὰ τὸν αὐτὸν λόγον*» σημαίνει ὅτι ὁ λόγος τῆς δεύτερης τομῆς εἶναι ὁ ἴδιος μὲ ἐκεῖνον τῆς τρίτης, ὑπάρχει δηλαδή ἀναλογία στὰ τέσσερα τμήματα, ἐνῶ δὲν ἀναφέρεται τίποτε γιὰ τὴ σχέση τῶν δύο αὐτῶν λόγων πρὸς τὸν λόγο τῆς ἀρχικῆς τομῆς, ὁ ὅποιος προφανῶς δὲν εἶναι ὁ ἴδιος ἀλλὰ διαφορετικὸς.

Ἀπὸ ἔρευνες ποὺ ἔγιναν ἀπὸ μαθηματικούς μὲ τὴ συνεργασία μου προέκυψε τὸ ἐξῆς συμπέρασμα: γιὰ νὰ ὑπάρχει προοδευτικὴ διαβάθμιση στὰ τέσσερα τμήματα, π.χ. $\alpha > \beta > \gamma > \delta$ – ὅπως ἀπαιτεῖται λόγῳ τῆς ἀντιστοιχίας τους πρὸς τὰ παθήματα τῆς ψυχῆς καὶ τὰ ὄντα (511 d-e) –, πρέπει ὁ λόγος τῆς πρώτης τομῆς νὰ εἶναι τουλάχιστον κατὰ μιὰ μονάδα μεγαλύτερος ἀπὸ ἐκεῖνον τῶν ἐπόμενων τομῶν. Ἡ μαθηματικὴ αὐτὴ διαπίστωση εὐλόγα μπορεῖ νὰ ἐκληφθεῖ πὼς ἀποτυπώνει τὴν ἰδέα, ὅτι ὡς πρὸς τὴν ἀξία ἢ διαφορὰ τῶν παθημάτων τῆς ψυχῆς καὶ τῶν ἀντίστοιχων

όντων, πού προκύπτουν ἀπὸ τὴν πρώτη διαίρεση, συγκεκριμένα τῆς νόησης ἀπὸ τὴ δόξα καὶ τῆς οὐσίας ἀπὸ τὴ γένεση, εἶναι μεγαλύτερη ἀπὸ ἐκείνη τῶν ἴδιων κατὰ τὶς ὑποδιαίρεσεις, δηλαδή τῆς ἐπιστήμης ἀπὸ τὴ διάνοια καὶ τῆς πίστεως ἀπὸ τὴν εἰκασία, καθὼς καὶ τῶν ὄντων πού ἀντιστοιχοῦν σ' αὐτά, δηλαδή τῶν ἰδεῶν ἀπὸ τὰ μαθηματικά καὶ τῶν ὑλικῶν ἀντικειμένων ἀπὸ τὶς εἰκόνες τους. Ἀποτέλεσμα τῆς ἐπικρατοῦσας ἐρμηνείας εἶναι τὸ παράδοξο καὶ ἀνόητο γεγονός, ὅτι τὰ δύο μεσαῖα τμήματα εἶναι ἴσα κατ' ἀριθμὸν (Εὐκλ., Στοιχ. V, 7, 9).

3. Ὅσον ἀφορᾷ τὸ ἐδάφιο 510 a 8 - 10 «Ἡ καὶ... ὁμοιώθη» ὑποστηρίζεται ἡ ἐρμηνεία ἐκείνων, οἱ ὅποιοι θεωροῦν ὅτι ἡ ἀντωνυμία αὐτὸ ἀναφέρεται σὲ ὅλη τὴ γραμμὴ, δηλαδή σ' ὁλόκληρο τὸν κόσμο, νοητὸ καὶ ὄρατό, καὶ ὅτι οἱ εἰκόνες καὶ τὸ παράδειγμα ἀνάγονται στὸν νοητὸ (παράδειγμα) καὶ ὄρατὸ (εἰκόνα) κόσμο ἀντίστοιχα καὶ ὄχι στὰ αἰσθητὰ καὶ στὰ ὁμοιώματά τους.

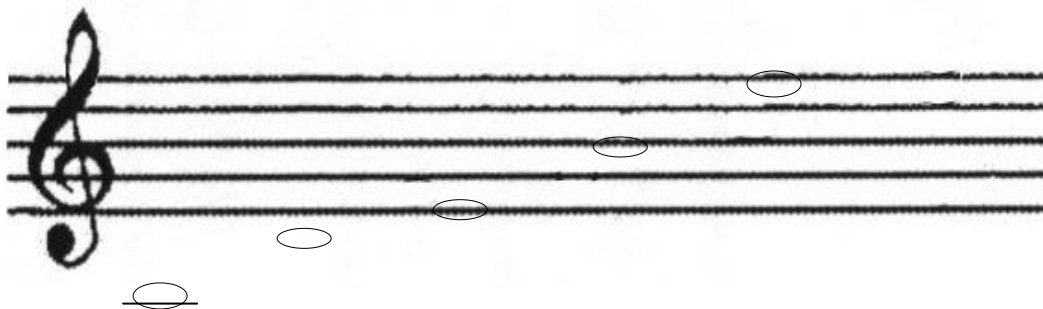
4. α) Τὸ ἄνω τμήμα τῆς γραμμῆς μπορεῖ ἐξίσου καλὰ νὰ εἶναι τὸ μικρότερο, ὅπως πιστεύουν ὁ Πυθαγορικὸς Βροντῖνος, ὁ Ἰάμβλιχος καὶ ἐλάχιστοι νεότεροι σχολιαστὲς. Τοῦτο δὲ διότι –ἐκτὸς τῶν ἄλλων– κατὰ τὴν ἀνάλυση τοῦ ἀριθμοῦ μὲ τυχόντα λόγο ἢ μονάδα ἢ ὁ ὀλίγιστος ἀριθμὸς ἀρμόζει στὸ ἀγαθόν, πού εἶναι τὸ Ἐνα καὶ βρίσκεται στὴν κορυφὴ τῆς γραμμῆς. Ἀντίθετα, τὰ πολλὰ ἔχουν σχέση μετὰ τὴν ὕλη τοῦ ὄρατοῦ κόσμου. Ἐπομένως τὸ μέγιστο τμήμα πρέπει νὰ βρίσκεται στὸ κατώτατο τμήμα. Τὸ πᾶν ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴ σημασιολογία τῆς γραμμῆς, δηλαδή τὴ σημασία, πού τῆς ἀποδίδομε κάθε φορά. Ἄν αὐτὴ ἀποτιμᾶται ἀρνητικὰ (ἀσάφεια), τότε τὸ ἐπάνω μέρος πρέπει νὰ εἶναι τὸ μικρότερο, διότι τὸ λιγότερο κακὸ θεωρεῖται καλὸ (Ἄριστ. Ἡθ. Νικ. E 1, 1129 b 8). Ἀντίθετα, ἂν τῆς προσδίδεται θετικὴ τιμὴ (σαφήνεια), τότε τὸ ἄνω μέρος εἶναι τὸ μεγαλύτερο, ἐπειδὴ ἔχει περισσότερη ἀξία.

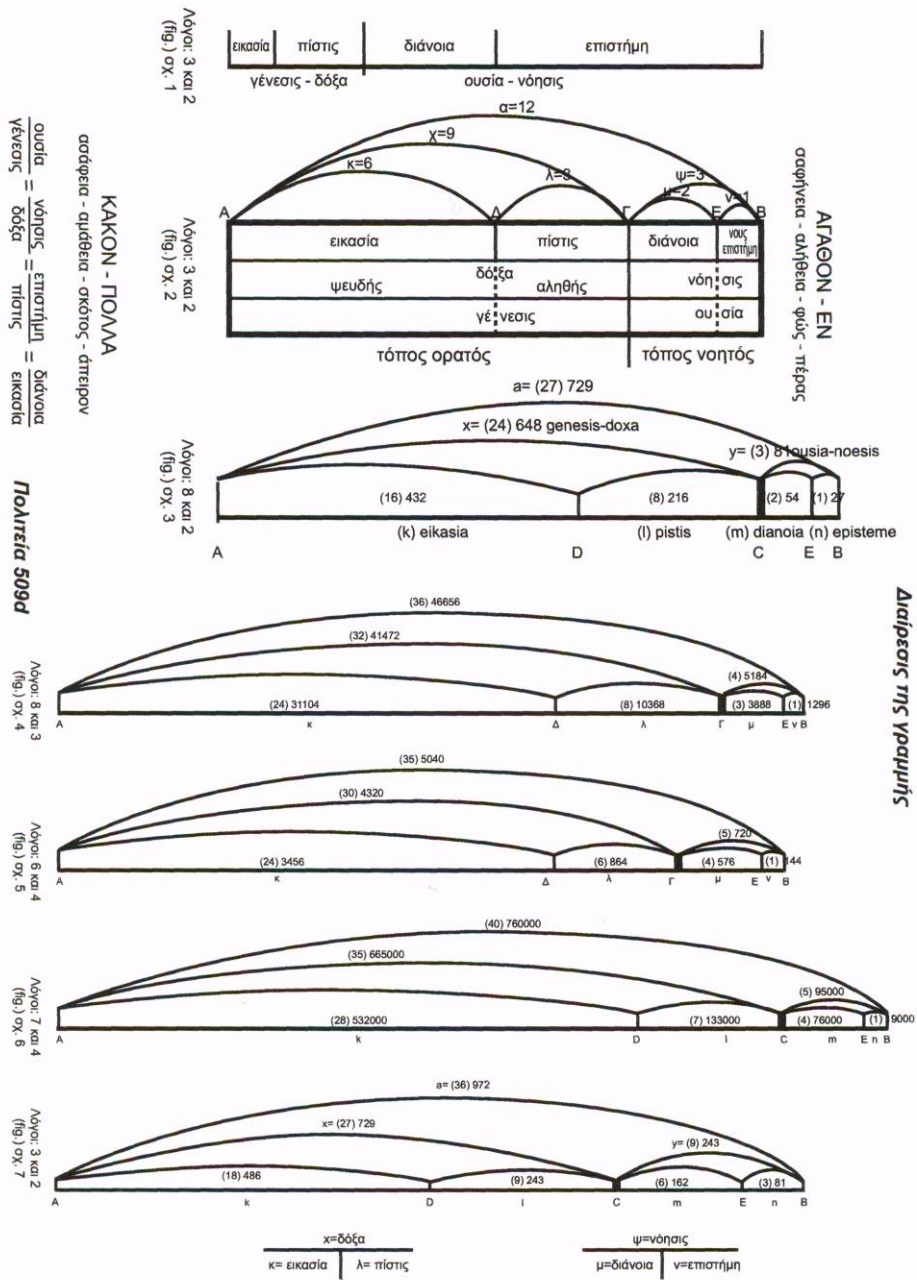
β) Καμμία τομὴ δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ γίνῃ κατὰ τὸν «ἄκρον καὶ μέσον

λόγον», δηλαδή κατὰ τὴ γεωμετρικὴ ἀναλογία μὲ τὴ σημερινὴ σημασία τοῦ ὄρου. Δὲν πρέπει μὲ ἄλλα λόγια νὰ ἔχουμε καμία «*χρυσὴ τομὴ*», διότι τὰ δύο τμήματα, στὰ ὁποῖα μὲ τὸν τρόπο αὐτὸν ὑποδιαιρεῖται ἡ γραμμὴ, θὰ εἶναι μεταξύ τους *ἀσύμμετρα, ἀσύμφωνα* καὶ *ἄλογα*, δεδομένου ὅτι ἡ διαίρεση γίνεται μὲ λόγους ἀκεραίων ἀριθμῶν (Εὐκλ., *Στοιχ.* XIII, θεωρ. 6 καὶ VI θεωρ. 30). Ἀλλὰ ὑπὸ διαφορετικὴ ὀπτικὴ γωνία ὁ λόγος τῆς χρυσοῦς τομῆς δημιουργεῖ τὴν ἄριστη συμμετρία καὶ ὁμορφιὰ καὶ ἐπομένως εἶναι καὶ αὐτὸς ἐξίσου πιθανός (M. Livio, 214-216, 106-107. J. Stewart, 2003, 172. 1996, 87).

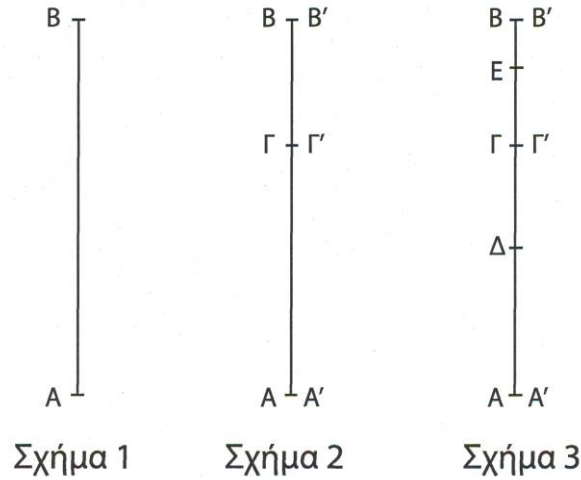
γ) Ἡ ἀναλογία, ποὺ ἀναφέρει ὁ Πλάτων ὡς ἀποτέλεσμα τῶν τριῶν τομῶν μὲ διαφορετικοὺς λόγους: *νόησις : δόξα = ἐπιστήμη : πίστις = διάνοια : εἰκασία*, δικαιολογεῖται, ἐπειδὴ τὰ διηρημένα τμήματα ἐμπεριέχονται στὰ ἀδιαίρετα σὲ συνεχὴ γραμμὴ μὲ βάση ὀρισμένες ιδιότητες τῶν ἀναλογιῶν, ποὺ ἀφοροῦν τὴ σύνθεση καὶ τὴ διαίρεση λόγων καὶ μεγεθῶν (Εὐκλ., *Στοιχ.* V ὄροι 14, 15 καὶ V θεωρ. 17 καὶ 18).

δ) Οἱ λόγοι, ποὺ προκύπτουν ἀπὸ τὶς ἀλλεπάλληλες τομές, μποροῦν νὰ παρασταθοῦν μὲ μουσικοὺς φθόγγους μὲ βάση τὴν Πυθαγόρεια μουσικὴ. Στὴν παροῦσα μελέτη ἐλήφθησαν λόγοι μέχρι τὸ δέκα μὲ ἀριθμούς, ποὺ χρησιμοποιήθηκαν ἀπὸ τὸν Πλάτωνα ὅπως: 12 (διαίρεση τῆς ἰδανικῆς πολιτείας), 729 (ἦθος τῶν πολιτικῶν), 46656 (ἀριθμὸς τοῦ Τιμαίου), 5040 (ἀριθμὸς κατοίκων ἰδανικῆς πολιτείας), 760.000 (γεωμετρικὸς ἀριθμὸς) καὶ 972 (πολλαπλάσιο τοῦ 36, δηλαδή τῆς τετρακτύος τῶν Πυθαγορείων).





Διαιρέσεις της Υφαιμένης



Δεχόμαστε $AB = \text{το όλον}$ (Σχήμα 1)

(Σχήμα 2) $\left. \begin{array}{l} B\Gamma < \Gamma A = \xi \cdot B\Gamma \\ B'\Gamma' < \Gamma'A' = \xi \cdot B'\Gamma' \end{array} \right\} (1), \xi = \text{ρητός μεγαλύτερος του } 1$

(Σχήμα 3) $1 < \frac{A\Delta}{\Delta\Gamma} = \frac{\Gamma E}{EB} < \xi$ (2)

$$\text{τότε } \frac{A\Delta}{\Delta\Gamma} = \frac{\Gamma E}{EB} \Rightarrow \frac{A\Delta}{\Gamma E} = \frac{\Delta\Gamma}{EB} = \frac{A\Delta + \Delta\Gamma}{\Gamma E + EB} = \frac{A\Gamma}{\Gamma B} = \xi \quad (3)$$

Η (3) συνεπάγεται

$$\Delta\Gamma = \xi \cdot EB \text{ και λόγω της (2) } \Delta\Gamma > \Gamma E \quad (4)$$

Από τις (2) και (4) έχουμε:

$$A\Delta > \Delta\Gamma > \Gamma E > EB \quad (5)$$

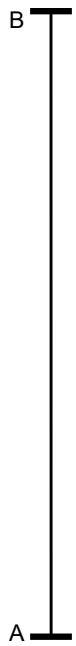
όπως εξ' άλλου απαιτείται κατά τον Πλάτωνα.

Όστε για όλες τις τιμές του λόγου (2) στο διάστημα $(1, \xi)$ ισχύει η σχέση (5).

Αν υποθεθεί ότι υπάρχει ασάφεια και πρέπει

$$1 < \frac{A\Delta}{\Delta\Gamma} = \frac{\Gamma E}{EB} = \xi \quad (6)$$

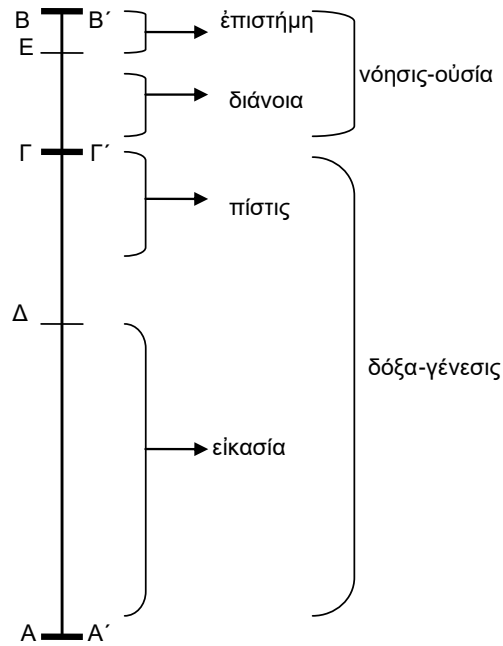
τότε η ασάφεια αυτή αίρεται λόγω των σχέσεων (5) αφού προκύπτει : ότι $\Delta\Gamma = \Gamma E$ (7)



Σχήμα 1



Σχήμα 2



Σχήμα 3

Δεχόμεστε ὅτι $(AB) = \text{τὸ ὅλον}$ (Σχήμα 1)

Ἀπὸ τὸ Σχήμα 2 ἔστω $(B\Gamma) < (\Gamma A)$ καὶ $(\Gamma A) = \xi \cdot (B\Gamma)$
 Ἐπίσης $(B'\Gamma') < (\Gamma'A')$ καὶ $(\Gamma'A') = \xi \cdot (B'\Gamma')$ (1)

ὅπου $\xi = \text{ρητὸς μεγαλύτερος τοῦ 1}$

Ἀπὸ τὸ Σχήμα 3 $1 < \frac{(A\Delta)}{(\Delta\Gamma)} = \frac{(\Gamma E)}{(\text{EB})} < \xi$ (2)

Τότε $\frac{(A\Delta)}{(\Delta\Gamma)} = \frac{(\Gamma E)}{(\text{EB})} \Rightarrow \frac{(A\Delta)}{(\Gamma E)} = \frac{(\Delta\Gamma)}{(\text{EB})} = \frac{(A\Delta) + (\Delta\Gamma)}{(\Gamma E) + (\text{EB})} = \frac{(A\Gamma)}{(\Gamma B)} < \xi$ (3)

Ἀπὸ τὴν (3) συνεπάγεται:

$(\Delta\Gamma) = \xi \cdot (\text{EB})$ καὶ λόγω τῆς (2) $(\Delta\Gamma) > (\Gamma E)$ (4)

Ἀπὸ τὴς (2) καὶ (4) ἔχουμε:

$(A\Delta) > (\Delta\Gamma) > (\Gamma E) > (\text{EB})$ (5)

ὅπως ἐξ' ἄλλου ἀπαιτεῖται κατὰ τὸν Πλάτωνα.

Ὡστε γιὰ ὅλες τὶς τιμὲς τοῦ λόγου (2) στὸ διάστημα (1, ζ) ἰσχύει ἡ σχέση (5).

Ἄν ὑποθεθεῖ ὅτι ὑπάρχει ἀσάφεια καὶ δεχθεῖ κανεὶς ὅτι πρῶτος λόγος $\frac{(ΑΓ)}{(ΒΓ)} = \xi$ εἶναι ἴσος (δηλαδὴ ὁ ἴδιος) μετὰ τὸν δεῦτερο λόγο $\frac{(ΑΔ)}{(ΔΓ)} = \frac{(ΓΕ)}{(ΕΒ)} = \xi$ (6)

τότε, ἀφοῦ ἀπὸ τὴν (3) συνεπάγεται ὅτι $(ΑΔ) = \xi \cdot (ΓΕ)$
καὶ ἀπὸ τὴν (6) ὅτι $(ΑΔ) = \xi \cdot (ΔΓ)$

προκύπτει ὅτι $(ΓΕ) = (ΔΓ)$
(7)

σχέση ἡ ὁποία ἔρχεται σὲ ἀντίθεση μετὰ τὴν πάγια παραδοχὴ (5) τοῦ Πλάτωνα.

Ἀπὸ τὰ παραπάνω συμπεραίνεται ὅτι ὁ Πλάτων ἐννοοῦσε ὅτι οἱ δύο αὐτοὶ λόγοι εἶναι μεταξύ τους διαφορετικοί.

Ὀνομάζουμε τὸν δεῦτερο λόγο $\frac{(ΑΔ)}{(ΔΓ)} = \frac{(ΓΕ)}{(ΕΒ)} = \xi'$

Θὰ ἀποδείξουμε ὅτι ὁ πρῶτος λόγος $\left(\frac{(ΑΓ)}{(ΒΓ)} = \xi \right)$
(8)

εἶναι μεγαλύτερος ἀπὸ τὸν δεῦτερο λόγο $\left(\frac{(ΑΔ)}{(ΔΓ)} = \frac{(ΓΕ)}{(ΕΒ)} = \xi' \right)$
(9)

Ἀπὸ τὴν (9) ἔχουμε $\frac{(ΔΓ)}{(ΑΔ)} = \frac{1}{\xi'} \Rightarrow \frac{(ΔΓ)}{(ΑΔ) + (ΔΓ)} = \frac{1}{\xi' + 1} \Rightarrow \frac{(ΔΓ)}{(ΑΓ)} = \frac{1}{\xi' + 1} \Rightarrow$
 $(ΔΓ) = \frac{(ΑΓ)}{\xi' + 1}$

(10)

Ἀπὸ τὴν (9) ἔχουμε $\frac{(ΓΕ)}{(ΕΒ)} = \xi' \Rightarrow \frac{(ΓΕ)}{(ΓΕ) + (ΕΒ)} = \frac{\xi'}{\xi' + 1} \Rightarrow \frac{(ΓΕ)}{(ΓΒ)} = \frac{\xi'}{\xi' + 1} \Rightarrow$

$$(11) \quad (\Gamma E) = \frac{\xi'}{\xi' + 1} \cdot (\Gamma B)$$

Άλλά σύμφωνα με την ανισότητα τοῦ Πλάτωνα ισχύει $(\Gamma \Delta) > (\Gamma E)$.

Ἀντικαθιστώντας τὰ $(\Gamma \Delta)$ καὶ (ΓE) ἀπὸ τὶς (10) καὶ (11) ἔχουμε

$$\frac{(\Lambda \Gamma)}{\xi' + 1} > \frac{\xi' \cdot (\Gamma B)}{\xi' + 1} \Rightarrow (\Lambda \Gamma) > \xi' \cdot (\Gamma B) \Rightarrow \frac{(\Lambda \Gamma)}{(\Gamma B)} > \xi'$$

καὶ ἀντικαθιστώντας ἀπὸ τὴν (8) ἔχουμε $\xi > \xi'$.

**Ἄρα ἀποδείξαμε ὅτι ὁ πρῶτος λόγος $\frac{(\Lambda \Gamma)}{(\Gamma B)}$
εἶναι μεγαλύτερος ἀπὸ τὸν δεῦτερο λόγο $\frac{(\Lambda \Delta)}{(\Delta \Gamma)} = \frac{(\Gamma E)}{(\Gamma B)}$.**

Βιβλιογραφία

- Adam, J., (1902). *The Republic of Plato*, Cambridge.
- Austin, J. L., (1970). "The Line and the Cave in Plato's *Republic*", in *Philosophical Papers*, Oxford.
- Balashov, Y., (1994). "Should Plato's Line Be Divided in the Mean and Extreme Ratio?", *Ancient Philosophy*, 121, 283-295.
- Bambrough, R. (ed.) (1965). *New Essays on Plato and Aristotle*, Humanities Press, New York.
- Boyl, A. J., (1973). "Plato's Divided Line, Essay I: The Problem of *Dianoia*", *Apeiron*, 7, 1-11.
- Brentlinger, J. A., (1963). "The Divided Line and Plato's 'Theory of Intermediates'", *Phronesis*, 8, 146 -166.
- Brumbaugh, R., (1970). "The Divided Line and the Direction of Inquiry", *Philosophical Forum*, 2, 172 -199.
- , (1954). *Plato's Mathematical Imagination*, Bloomington.
- Burnyeat, M. F., (1978). "The Philosophical Sense of Theaetetus' Mathematics", *Isis*, 69, 489-513.
- Clay, D., (2000), *The Divided Line.- Platonic Questions, Dialogues with the Silent Philosophers*, The Pennsylvania State University Press, Pennsylvania.

- Cornford, F. M., (1961, 1941¹), *The Republic of Plato*, At the Clarendon Press, Oxford.
- Crombie, I. M., (1971). *An Examination of Plato's Doctrines*, Humanities Press, New York.
- Danielson, R., (1956), *Untersuchungen zu den Platonischen Gleichnissen und Ungleichen der Dialogen bis zum Staat*, Diss. Univ. Kiel.
- Des Jardins, G., (1975). "How to Divide the Divided Line", *The Review of Metaphysics*, 29, 483-496.
- Des jardins, R., (2004). *The Longer way: The Republic, Plato's Divided Line, Plato and the Good, Illuminating The Darkling Vision*, Brill, Leiden-Boston.
- Dreher, J. P., (1990). "The Driving Ratio in Plato's Divided Line", *Ancient Philosophy*, 10, 159-172.
- Ebert, Th., (1974), *Das Liniengleichnis, Meinung und Wissen in der Philosophie Platons, Untersuchungen zum, Charmides, Menon und Staat*, Walter de Gruyter, Berlin-New York.
- Εὐκλείδης, (1975). *Περὶ ἀσυμμέτρων, Στοιχεῖα*, Βιβλίο 10, τόμ. III, ἐκδ. Ε. Σταμάτης, ΟΕΣΒ, Ἀθήνα.
- Fogelin, R. T., (1971). "Three Platonic Analogies", *The Philosophical Review*, 80, 371-382.
- Gallop, D., (1965). "Image and Reality in Plato's *Republic*", *Archiv für Geschichte der Philosophie*, 47, 113-131.
- Gibson, A. B., (1955). "Plato's mathematical Imagination", *Review of Metaphysics*, 9, 57-70.
- Goldschmidt, V., (1970), "La ligne de la *République* et la classification des sciences", *Questions Platoniciennes*, Vrin, Paris, 203-219.
- , (1955). "La ligne de la *République* et la classification des sciences", *Revue Internationale de Philosophie*, 32, 237 sqq.
- Gould, J., (1955). *The Development in Plato's Ethics*, Cambridge.
- Grenet, P., (1948). *Les origines de l'analogie philosophique dans les dialogues de Platon*, Paris.
- Grube, G. M. (1958). *Plato's Thought*, Boston.
- Hackforth, R., (1942). "Plato's Divided Line and Dialectic", *The Classical Quarterly*, 36, 1-9.
- Hamlyn, D. W., (1965). "Eikasia in Plato's *Republic*", *The Philosophical Quarterly*, 8, 14-23.
- Hardie, W. F., (1936), *A Study on Plato*, Oxford.

- Hare, R. M., (1965). "Plato and the Mathematicians", in: R. Bambrough (ed.), *New Essays on Plato and Aristotle*, Humanities Press, New York, 21-38.
- Hart, R. L., (1965). "The Imagination in Plato", *International Philosophical Quarterly*, 5, 436-461.
- Havelock, E. A., (1967), *Preface to Plato*, New York.
- Huntley, M. E., (1970). *The Divine Proportion. A Study in Mathematical Beauty*, Dover, New York.
- Jackson, H., (1882). "On Plato's *Republic* vi, 503 d sqq", *Journal of Philology*, 10, 132-150.
- Karasmanis, V., (1988). "Plato's *Republic*: The Line and the Cave", *Apeiron*, 21, 147-170.
- Klein, J. A., (1965). *A Commentary of Plato's Meno*, Chapel Hill.
- , (1968). *Greek Mathematical Thought and the Origin of Algebra*, M.I.T. Press Cambridge, Massachusetts.
- Koumakis, G., (2010-2011). "In Search of the Dialectic on the Divided Line (Plato. *Republic*, VI, 509 d – 510 a)", *Πλάτων*, 57, 108-118.
- LAFRANCE, Y., (1994, 1986¹). *Pour interpréter Platon*, vol. II, La ligne en *République* vi 509 d – 511 e: le texte et son histoire Montréal, Les belles lettres, Bellarmin Paris.
- , (1981). *La théorie platonicienne de la doxa*, Les Belles Lettres, Montréal, Bellarmin, Paris.
- LIVIO, M. (2005). *Ὁ χρυσὸς λόγος*, μετ. Μ. Σταυροπούλου, Ἐκδόσεις Ἐνάλιος, Ἀθήνα.
- LLOYD, A. C., (1952). "Plato's Description of Division", *The Classical Quarterly*. N. S. 2, 105-112.
- MALCOLM, J., (1962). "The Line and the Cave", *Phronesis*, 8, 188-193.
- MILLER, I. E., (1904). *The Significance of the Mathematical Element in the Philosophy of Plato*, University of Chicago Press, Chicago.
- Moreau, J., (1969). "The Platonic Idea and its Three-fold Functions: A synthesis, International", *The Philosophical Quarterly*, 9, 477-517.
- , (1939). *La construction de l'idéalisme platonicien*, Paris.
- Morrison, J. S., (1977). "Two Unresolved Difficulties in the Line and the Cave", *Phronesis*, 22, 212- 231.
- Moors, K., (1984). "Equality and Cognition in Plato's Divided Line", *Quardeni Urbinati di Cultura Classica*, 16, 147-157.
- Mugler, C., (1948). *Platon et la recherche mathématique de son époque*, Editions P. H. Heitz, Strasbourg.

- Murphy, N. R., (1960, 1951¹). *The Enlightenment of the Good. The Interpretation of Plato's Republic*, At the Clarendon Press, Oxford.
- , (1932), The Simile of Light in Plato's *Republic*, *The Classical Quarterly*, 26, 93-102.
- Nettleship, R. L., (1969, 1901¹). *Lectures on the Republic of Plato*, Ed. By G.R. Benson, Macmillan, London.
- Notopoulos, J. A., (1936). "The meaning of EIKASIA in the Divided Line in Plato's *Republic*", *Harv. Stud. Class. Philol.*, 47, 193-203.
- , (1943). "Movement in the Divided Line of Plato's *Republic*", *Harvard Studies in Classical Philol.*, 47, 57-83.
- Paton, H. J., (1922). "Plato's Theory of Eikasia", *Proceedings of the Aristotelian Society*, n.s. 22, 69- 104.
- Pomeroy, S. B., (1971). "Optics and the Line in Plato's *Republic*", *The Classical Quarterly*, n. s. 21, 389-392.
- Raven, J. E., (1953). "Sun, Divide Line and Cave", *The Classical Quarterly*, n.s. 111, 22-32.
- Robin, L., 1938. *Platon*, Paris.
- Robinson, R., (1953). *Plato's Earlier Dialectic*, Oxford.
- Rose, L. E., (1964). "Plato's Divided Line", *The Review of Metaphysics*, 17, 425-435.
- Ross, D., (1953). *Plato's Theory of Ideas*, Oxford.
- Schuhl, P. M., (1947). *Le fabulation platonicienne*, Paris.
- Shorey, P., (1988). *Plato in twelve volumes, VI, The Republic in two volumes*, II, Harvard University Press, Cambridge, Massachusetts.
- Smith, N. D., (1981). "The Objects of *Dianoia* in Plato's Divided Line", *Apeiron*, 15, 129-137.
- Stewart, J., (2003). *Οί μυστικοί ἀριθμοί*, μετ. Ἄ. Σπανοῦ, Ἐκδ. Τραυλός, Ἀθήνα.
- , (1996). *Οί ἀριθμοὶ τῆς φύσης*, μετ. Στ. Ζαχαρίου, Ἐκδόσεις Κάτοπτρο, Ἀθήνα.
- Stocks, J. L., (1911). "The Divided Line of Plato, *Rep.* VI", *The Classical Quarterly*, 5, 73-88.
- Tanner, R. G., (1970). "Dianoia and Plato's Cave", *The Classical Quarterly*, n. s. 20, 81-91.
- Tarant, D., (1946). "Imaginary in Plato's Republic", *The Classical Quarterly*, 40, 17-34.

- Wedberg, A., (1955). *Plato's Philosophy of Mathematics*, Stockholm.
- Weiner, N. D., (1969). *The Divided Line, the Convening Art and the Dramatic Structure of Plato's Republic*, Diss. Univ. of Texas, Austin.
- Wu, J. S., (1969). "A Note on the Third Section of the Divided Line", *New Scholasticism*, 43, 269- 275.